

اندیشه‌های نوین تربیتی

دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی

دانشگاه الزهراء<sup>س</sup>

تاریخ دریافت: ۹۰/۳/۱

تاریخ بررسی: ۹۰/۴/۷

دوره ۸، شماره ۳

پاییز ۱۳۹۱

صص ۱۰۷-۱۲۶

تاریخ پذیرش: ۹۱/۸/۱۲

## بررسی تأثیر روش آموزش هندسه بر مبنای نظریه فن هیلی بر پیشرفت تحصیلی

مهدی‌جواد یاقدر\*، نسیم سلیمانی\*\* و سعیده صدرارحامی\*\*\*

### چکیده

هدف پژوهش حاضر بررسی تأثیر روش آموزش هندسه بر مبنای نظریه فن هیلی بر پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان بود. روش پژوهش به صورت شبه‌آزمایشی بود و نمونه آماری این پژوهش ۸۸ نفر (۴۴ نفر به‌عنوان گروه آزمایش و ۴۴ نفر گروه کنترل) از دانش‌آموزان دبیرستان‌های دخترانه شهرستان تیران و کرون بودند که به روش نمونه‌گیری خوشه‌ای چند مرحله‌ای انتخاب شدند. ابزار پژوهش، آزمون ریون ۱ برای سنجش هوش، نمرات ریاضی سال اول دبیرستان، طرح درس تدوین شده بر مبنای نظریه فن هیلی و پس‌آزمون تشریحی درس هندسه بود. یافته‌های پژوهش نشان داد که تدریس بر مبنای نظریه فن هیلی در مقایسه با روش سنتی بر پیشرفت تحصیلی تأثیر مثبت دارد.

### کلید واژه‌ها

آموزش هندسه؛ فن هیلی؛ پیشرفت تحصیلی

\* دانشیار، گروه علوم تربیتی، دانشکده علوم تربیتی و روانشناسی، دانشگاه اصفهان

\*\* نویسنده مسئول: دانشجوی دکتری آموزش مجازی، دانشگاه فدرال کازان-روسیه

soleymani.nasim@yahoo.com

\*\*\* کارشناسی ارشد مدیریت آموزشی و دبیر ریاضی

## مقدمه

هندسه به دلیل در برداشتن مسائل جالب و سرشار بودن از معادلات شگفت‌انگیزی که هرکدام رویکردهای جدیدی را فراروی انسان قرار می‌دهند، یکی از حوزه‌های مهم، جالب و مورد علاقه بسیاری از معلمان برای تدریس است. آنچه که به هندسه جذابیت می‌بخشد نوع نگرش، حس زیبایی‌شناختی و هنردوستی ما نسبت به هندسه است (بنی<sup>۱</sup>، ۲۰۰۹). اما آنچه که تدریس هندسه را لذت‌بخش می‌کند، دانستن شیوه تدریس معادلات و مسائل هندسی مورد علاقه فراگیران، فهم شیوه‌های گوناگون تدریس و هماهنگ کردن همه این موارد با شیوه ارائه در کلاس درس است (بال<sup>۲</sup>، ۱۹۹۰؛ فنما و فرانک<sup>۳</sup>، ۱۹۹۲).

در دهه‌های گذشته نارضایتی از برنامه درسی هندسه و افت عملکرد تحصیلی فراگیران در هندسه موضوع پژوهش‌های زیادی بوده است (بورگر و سافنسی<sup>۴</sup>، ۱۹۸۶؛ کراولی<sup>۵</sup>، ۱۹۸۷؛ فویز<sup>۶</sup>، جتز و تیشلر<sup>۷</sup>، ۱۹۸۸؛ گوترز<sup>۸</sup>، ۱۹۹۱؛ هالت<sup>۹</sup>، ۲۰۰۷؛ بنی<sup>۱۰</sup>، ۱۹۹۸). در واقع ناهمسطح بودن سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان با مواد آموزشی عرضه‌شده و طرز بیان مطالب از سوی معلمان، فراگیران درس هندسه را با مسائل متعددی مواجه کرده است (فن‌هیلی، ۱۹۸۶). وقتی معلمان در سطحی بالاتر از سطح فراگیران تدریس می‌کنند، دانش‌آموزان مجبورند فقط مطالب را برای گذراندن دوره حفظ کنند و هرگز آن‌گونه یاد نمی‌گیرند که بتوانند این مطالب را در دنیای واقعی به‌کارگیرند (ماسن<sup>۱۱</sup>، ۲۰۰۹).

مطالعات آسومان و بهی<sup>۱۱</sup> (۲۰۰۹) نشان داده است که بسیاری از فراگیران هندسه را به شیوه مورد علاقه خود فرا نمی‌گیرند و یکی از دلایل اجتناب از یادگیری بیشتر هندسه، روش تدریس

1. Bennie
2. Ball
3. Fennema & Frank
4. Berger & Shaughnessy
5. Crowely
6. Fuys
7. Geddes & Tishler
8. Guterrez
9. Halat
10. Mason
11. Asuman & Behiy

معلم شناخته شده است. تأثیر روش تدریس ریاضی معلم بر پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان را پژوهش‌های زیادی تأیید کرده‌اند. کارتر (۲۰۰۹) دلایل پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان آمریکایی-آفریقایی را یادگیری در محیط‌های واقعی، یادگیری از طریق بازی، مسافرت و به‌کارگیری محتویات مورد علاقه و متناسب با سطح فکر فراگیران می‌داند. ایمیر و باهار (۲۰۰۳) عوامل مؤثر در پیشرفت تحصیلی فراگیران در زمینه جبر، هندسه و ریاضیات را محتوای برنامه درسی و روش ارائه مطالب می‌دانند. بر اساس پژوهش‌های کوح (۱۹۹۹)؛ لانی (۲۰۰۲)؛ میستر تا (۲۰۰۰)، نیز مدل فن هیلی در پیشرفت تحصیلی فراگیران نقش به‌سزایی دارد.

اما برای آن‌که پیشرفت تحصیلی همه فراگیران در یک سطح باشد مهم‌ترین کار این است که شیوه‌های آموزشی و روش‌های تدریس فعال با توجه به سطح فکری فراگیران انتخاب و مواد آموزشی با توجه به علاقه شخصی فراگیران تهیه شود (نیل، ۲۰۰۹). امروزه استانداردهای آموزش هندسه در دنیای کنونی تفاوت‌های زیادی با گذشته کرده است و رویکردهای نوینی برای تدریس هندسه مطرح شده‌اند (فوجیتا، جینز و یاماموتا، ۲۰۰۴). اتخاذ رویکردهای جدید در تدریس هندسه باعث شده که فراگیران در یادگیری هندسه مشتاق‌تر شوند. یکی از این رویکردها، مدل فن هیلی است. این مدل را بیش از نیم قرن پیش توسط فن هیلی و همسرش دینا فن هیلی گلداف برای ترسیم ادراک دانش‌آموزان از هندسه ارائه کرده‌اند (هالت، ۲۰۰۷)، که توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرد. ماری فن هیلی به عنوان یک معلم مشاهده کرده بود که استدلال در هندسه به‌طور طبیعی در بچه‌ها بروز نمی‌کند و در نتیجه باید با دقت و به صورت سیستماتیک تغذیه شود. آن دو مراحل توسعه تفکر را در پنج سطح پیش‌بینی کردند، که با سطح «تشخیص» شروع و در سطح «دقت» پایان می‌یابد.

همچنین معتقد بودند که گذر از این سطوح به صورت پی در پی امکان‌پذیر است. در این نظریه دانش‌آموزان طی حرکت خود مرحله‌ای از تشخیص صرف تا نوشتن یک اثبات رسمی دقیق هندسی را طی می‌کنند.

1. Bahar
2. Lannie
3. Mistretta
4. Fujita
5. janes & Yamamota

چنان که فن هیلپی (۱۹۸۶) خود معتقد است انتقال از یک سطح یادگیری به سطح بعدی تحت تأثیر برنامه‌های آموزشی معلمان رخ می‌دهد. این مدل شامل دو قسمت سطوح تفکر و مراحل آموزشی است (ریحانی، ۱۳۸۴). مدل فن هیلپی یک مدل یادگیری است که انواع متفاوت تفکر را عرضه کرده که دانش‌آموزان هنگام مواجه شدن با اشکال هندسی تجربه می‌کنند و از مرحله برخورد بصری با شکل هندسی تا درک صوری اثبات هندسی را شامل می‌شود. فن هیلپی ابتدا در پنج سطح از تفکر مدل خود را عرضه کرد، اما اینک مدل او با سه سطح از تفکر معرفی می‌شود که او آن‌ها را به ترتیب سطح یک (دیداری)، سطح دو (توصیفی) و سطح سه (نظری) می‌نامد (فویز و همکاران ۱۹۸۸؛ فن هیلپی، ۱۹۸۶). در مدل کنونی برای گذر از این سطوح به دوره‌های یادگیری متفاوتی نیاز است. در هر دوره از یادگیری، دانش‌آموزان موضوعات مناسبی را بررسی کرده و در طی رشد و گذار از این سطوح، زبان خاص مربوط به این موضوعات را نیز گسترش داده و در فعالیت‌های یادگیری تعاملی، که آن‌ها را قادر می‌کند تا تفکر خود را به سطح بعدی تفکر ارتقا دهند، به‌طور فعال مشارکت می‌کنند. الحاق این دوره‌های یادگیری به مراحل رشد شکل‌بندی مفهوم هندسی، به اهمیتی اشاره می‌کند که فن هیلپی برای آموزش در فرایند رشد فهم هندسی دانش‌آموزان قائل است.

چنان که فن هیلپی (۱۹۸۶) معتقد است انتقال از یک سطح یادگیری به سطح بعدی یک فرایند طبیعی و خود به خود نیست، بلکه تحت تأثیر برنامه‌های آموزشی معلمان رخ می‌دهد. سطوح دیداری و توصیفی و نظری تفکر و دوره‌های یادگیری که به این سطوح منجر می‌شوند در اثر مکتوب فن هیلپی (۱۹۸۶) ارائه شده است. در این مدل پیشرفت دانش‌آموزان در قلمرو پنج سطح از مهارت‌ها توضیح داده شده است (کلمنتس و با تیستا، ۱۹۹۲) این سطوح به شرح زیر است:

### سطح ۱. تشخیص / دیداری

دانش‌آموزان تنها اشکال را توسط ظاهر تشخیص داده و اغلب آن‌ها را با یک نمونه شناخته شده مقایسه می‌کنند و خواص شکل برای آن‌ها تصورپذیر نیست. در این سطح، تصمیم‌گیری دانش‌آموزان بر اساس ادراک و استدلال نیست. به عنوان مثال مستطیل را به دلیل شباهت آن با در اتاق یا خانه تشخیص می‌دهند.

### سطح ۲. تجزیه و تحلیل / تشریحی

در این سطح دانش‌آموزان شکل‌ها را بر حسب مؤلفه‌ها و رابطه‌های بین این مؤلفه‌ها تجزیه و تحلیل می‌کنند؛ دانش‌آموزان اشکال هندسی را بیشتر بر اساس خصوصیات آن‌ها توصیف می‌کنند تا بر طبق ظاهر آن‌ها. وقتی که دانش‌آموزی در این سطح است امکان دارد لیست تمام خواص یک شیء را به‌عنوان یک عامل توصیف کند، اما تشخیص نمی‌دهد که آیا این خصوصیات برای توصیف شیء لازم و کافی هستند یا نه. مثلاً شخص در این سطح ممکن است بگوید، «در یک مربع ۴ ضلع برابر و ۴ زاویه برابر است». اما ممکن است هنوز روی اینکه «یک مربع، مستطیل نیست» اصرار داشته باشد.

### سطح ۳. رابطه‌ای/انتزاعی

در این سطح دانش‌آموزان قادر هستند خواص مفاهیم، شکل‌ها و انواع تعریف‌های مجرد را به صورت منطقی مرتب کنند. در این مرحله دانش‌آموزان با استفاده از خصوصیات هندسی اشکال را دسته‌بندی و طبقه‌بندی می‌کنند به‌عنوان نمونه یک مربع نمونه‌ای خاص از یک مستطیل است.

### سطح ۴. استنتاج رسمی

یادگیرنده در این سطح به جای حفظ کردن اثبات‌ها قادر به ساختن آن‌هاست. در این مرحله دانش‌آموزان در سیستمی متعارف برهان‌هایی را ارائه می‌دهند.

### سطح ۵. دقت/ریاضیاتی

در این سطح فراگیران در گستره‌ای از سیستم‌های موضوعی مختلف می‌توانند کار کنند دانش‌آموزان با استفاده از استدلال‌های تفصیلی، دو سیستم متعارف و متفاوت را مقایسه می‌کنند (هافر، ۱۹۸۳؛ ماسن، اشل، ۲۰۰۱؛ وال، ۲۰۰۴؛ هالات، ۲۰۰۸). بنابر مدل فن هیلی، دانش‌آموزان، منطبق با این مراحل به ترتیب و بدون از قلم انداختن یکی از مراحل پیش می‌روند (بنی، ۱۹۹۸؛ هالت، ۲۰۰۷). این مراحل با مراحل رشد شناختی پیاژه همخوانی دارد. وقتی معلمان در سطحی بالاتر از سطح فراگیران تدریس می‌کنند، دانش‌آموزان مجبور هستند فقط برای گذراندن دوره مطالب را حفظ کنند و هرگز آن گونه یاد نمی‌گیرند که بتوانند این مطالب را در دنیای واقعی به کار گیرند (ماسن، ۲۰۰۹). بر طبق این مدل رسیدن به مراحل بعدی بیشتر

به روش آموزش بستگی دارد نه به سن دانش‌آموزان. ساختار فن‌هیلی اساس پژوهش در هندسه ایستا است (فویز و همکاران، ۱۹۸۸) سطح ۱ تا ۳ مدل فن‌هیلی استفاده دانش‌آموزان از زبان را هنگام مشاهده اشکال هندسی ثابت توصیف می‌کند.

اما اینک مدل او با سه سطح از تفکر معرفی می‌شود که او آن‌ها را به ترتیب سطح یک: (دیداری)، سطح دو (توصیفی) و سطح سه (نظری) می‌نامد (فویز و همکاران، ۱۹۸۸؛ فن‌هیلی، ۱۹۸۶)

مراحل آموزش: مراحل آموزشی، مراحل پیشنهادی برای معلمان هستند که چگونگی تدریس هندسه را به منظور تسهیل و کمک به رشد دانش‌آموزان، برای عبور از سطح تفکری که در آن هستند به سطح تفکر بعدی سازماندهی می‌کنند.

این مراحل بنا بر اظهار ریحانی عبارت هستند از:

مرحله کسب اطلاعات - در این مرحله، معلم و دانش‌آموزان، مشغول گفتگو و فعالیت درباره موضوعات مورد مطالعه می‌شوند و دانش‌آموزان با زمینه کار آشنا می‌شوند.

مرحله جهت دهی - دانش‌آموزان هر مبحث مورد مطالعه را از طریق فعالیت‌هایی که توسط معلم طراحی شده‌اند، توسعه می‌دهند و یاد می‌گیرند. این فعالیت‌ها شامل تا کردن، اندازه‌گیری، جست و جو برای تقارن و مانند آن‌هاست.

مرحله شفاف‌سازی - در این مرحله دانش‌آموزان از شبکه‌هایی از روابط آگاه می‌شوند و سعی می‌کنند که آن را به زبان خود بیان کنند.

مرحله جهت‌گیری آزاد (غیر مقید) - در این مرحله دانش‌آموزان به فعالیت‌ها و تکالیف حل مسئله گماشته می‌شوند که می‌توانند آن‌ها را با روش‌های مختلف و با استفاده از دانش، مهارت‌ها و رابطه‌هایی انجام دهند که قبلاً آموخته‌اند.

مرحله تلفیق (یکپارچگی) - دانش‌آموزان قادر هستند که دانش، اطلاعات و روابط جدید را

در قالب یک کل

جدید و یک پارچه ببینند (ریحانی، ۱۳۸۴) فن‌هیلی‌ها، بر نقش آموزش و اهمیت کسب تجربه توسط یادگیرنده، برای سهولت عبور از یک سطح به سطح دیگر تأکید زیادی دارند، این امر با نقش آفرینی معلم و از طریق طراحی فعالیت‌های مناسب برای یادگیرنده‌های سطوح مختلف، امکان‌پذیر است (ریحانی، ۱۳۸۴).

بنابر مدل ون هیل، دانش آموزان منطبق با این مراحل، به ترتیب و بدون از قلم انداختن یکی از مراحل پیش می روند (بنی، ۲۰۰۹؛ هالت، ۲۰۰۷؛ ماسن و اسپل، ۲۰۰۱؛ سعدز و دیویس، ۱۹۹۷؛ کلمنتس و باتیستا، ۱۹۹۲). این مراحل با مراحل رشد شناختی پیاژه همخوانی دارد. بر طبق این مدل رسیدن به مراحل بعدی بیشتر به روش آموزش بستگی دارد نه به سن دانش آموزان (چوی کوچ، ۱۹۹۹).

با توجه به اینکه هندسه مهم ترین مؤلفه در ریاضیات است و به دانش آموزان در به دست آوردن مهارت های اساسی از جمله تحلیل، مقایسه و تعمیم و همچنین مهارت های شناختی از جمله پژوهش و بررسی، طبقه بندی، تفکر خلاق، دقت و تأمل و کسب خودپنداره مثبت کمک می کند و همچنین از آن جا که پیشرفت تحصیلی هر یک از فراگیران در این درس از اهداف مهم آموزشی است، بنابراین، پژوهش حاضر با ارائه مدل فن هیلی در صدد اثبات تأثیر رویکردهای نوین تدریس در امر پیشرفت تحصیلی است.

هدف از اجرای پژوهش حاضر بررسی اثر رویکردهای نوین آموزشی هندسه بر مبنای نظریه فن هیلی بر پیشرفت تحصیلی دانش آموزان سال دوم ریاضی و دوم تجربی بود. فرضیه پژوهش عبارت است از:

۱- بین میزان پیشرفت تحصیلی در درس هندسه دانش آموزان سال دوم ریاضی و دوم تجربی که بر مبنای نظریه فن هیلی آموزش دیده اند و دانش آموزان آموزش دیده به روش معمول تفاوت وجود دارد.

## روش

این پژوهش از نوع کاربردی است. با توجه به ماهیت موضوع و طرح پژوهش که در صدد بررسی اثر رویکردهای نوین آموزش هندسه بر مبنای نظریه فن هیلی و تدریس سنتی است، پژوهش حاضر را می توان در قلمرو پژوهش های شبه آزمایشی در نظر گرفت. جامعه آماری این پژوهش شامل کلیه دانش آموزان دوره دوم دبیرستان شهرستان تیران و کرون در در سال تحصیلی ۸۸-۸۷ است. برای اینکه این پژوهش به صورت کنترل شده تری اجرا شود، صرفاً کلاس های دانش آموزان دختر و فقط پایه دوم دبیرستان انتخاب شدند که تعداد آن ها ۴۲ کلاس درس بود. روش نمونه گیری در این پژوهش خوشه ای چند مرحله ای بود. به این ترتیب که از

بین ۷ دبیرستان دخترانه شهرستان تیران و کرون دو دبیرستان به‌طور تصادفی انتخاب شدند. سپس از بین کلاس‌های دوم تجربی و دوم ریاضی از هر رشته یک کلاس به‌عنوان گروه آزمایش و همچنین از بین کلاس‌های دوم تجربی و دوم ریاضی دبیرستان دیگر نیز از هر رشته یک کلاس به‌عنوان گروه کنترل به‌صورت تصادفی انتخاب شد. با توجه به اینکه در پژوهش‌های آزمایشی باید حجم هر گروه حداقل ۱۵ نفر باشد (گال و همکاران، ۱۳۸۳) حجم نمونه در پژوهش حاضر شامل ۴ گروه بود (دو گروه ریاضی و دو گروه تجربی) که در هر گروه ۲۲ دانش‌آموز به‌تصادف انتخاب شدند.

در این پژوهش، روش تدریس، متغیر مستقل و پیشرفت تحصیلی به‌عنوان متغیر وابسته در نظر گرفته شده است. از آنجا که متغیرهای تعدیل‌کننده جهت یا میزان رابطه میان متغیرهای وابسته و مستقل را تحت تأثیر قرار می‌دهند در این مطالعه هوش و نمره ریاضی سال اول دبیرستان، به‌عنوان متغیرهای کنترل در نظر گرفته شدند.

برای دستیابی به نتایج پژوهش از ابزارهای مختلفی استفاده‌اولین ابزار آزمون هوش ریون بود. جی. سی. ریون این آزمون را اندکی پیش از جنگ جهانی دوم تهیه کرد. بعد از آن، پژوهش‌های زیادی در زمینه آزمون مذکور به عمل آمد و این آزمون بارها مورد تجدید نظر قرار گرفت. سؤال‌های مطرح شده در آزمون همه از یک نوع و شامل توالی و الگوهای اشکال یا نمودارهایی هستند که بر اساس منطق خاص تنظیم شده‌اند و آزمودنی باید هر یک از نمودارها را با انتخاب یک شکل از بین چند شکل کامل کند. این آزمون برای کلاس‌های سوم راهنمایی تا بزرگسال مناسب بوده و شامل پنج مجموعه است. هر کدام از این مجموعه‌ها ۱۲۰ سؤال دارند. هنجارهای درصدی این آزمون برای کودکان و بزرگسالان انگلیسی زبان به دست آمده است (عابدی و همکاران، ۱۳۷۴). در ایران این آزمون در شهرهای مختلف هنجار یابی شده است. دفتر مشاوره و تحقیق آموزش و پرورش (۱۳۷۳) در نمونه‌ای چهل هزار نفری در تمام کشور برای آزمون مذکور جدول‌های هنجار تهیه کرده و روایی آن تأیید شده است. پایایی آزمون در مطالعات مختلف، بین ۰/۷ تا ۰/۹ گزارش شده است (آناستازی، ۱۳۷۴) آزمون هوش ریون دستورالعمل‌های مختلفی دارد. در این پژوهش، از دستورالعمل دفتر مشاوره و تحقیق آموزش و پرورش (۱۳۷۳) استفاده شد که حاوی ۶۰ سؤال بود و هر سال از دانش‌آموزان سال اول دبیرستان گرفته می‌شود. از این ابزار برای سنجش همگونی گروه‌های کنترل و آزمایش از



نظر هوش استفاده شده است. دومین ابزار پژوهش نمره ریاضی سال اول دبیرستان نمونه پژوهش بود. برای بررسی پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان قبل از اجرای طرح درس بر اساس مدل فن هیلی از این ابزار استفاده شد. سومین ابزار مورد استفاده در این پژوهش تدوین طرح درس بر مبنای نظریه فن هیلی بود. آخرین ابزار به کار گرفته شده در این پژوهش پس‌آزمون بود. برای مقایسه دو روش تدریس سنتی و تدریس بر اساس رویکردهای نوین آموزش هندسه از پس‌آزمون‌های محقق ساخته استفاده شد. پس‌آزمون اول و دوم شامل قضیه تالس و مسائل خارج از کتاب بود، تا میزان درک و فهم دانش‌آموزان در این درس مشخص شود. سؤال‌های پس‌آزمون سوم که همان امتحان پایان نیم‌سال دوم (خرداد ماه) دانش‌آموزان بود، تلفیقی از قضیه‌ها، سؤالات داخل و خارج کتاب بود. پایایی این آزمون‌ها، با استفاده از روش دو نیمه کردن آزمون محاسبه شد. ضریب همبستگی بین نمره پرسش‌های فرد و زوج آزمون‌ها، بر اساس فرمول پیرسون و اسپیرمن براون برآورد شد. به این ترتیب مقدار پایایی به دست آمده برای پس‌آزمون اول ۰/۸۶، پس‌آزمون دوم ۰/۸۶ و برای پس‌آزمون سوم ۰/۸۹ بود. برای سنجش روایی آزمون‌ها، دبیران متخصص سؤالات را از نظر سطح دشواری و تناسب با اهداف آموزشی تأیید کردند.

روش تجزیه و تحلیل اطلاعات: داده‌های جمع‌آوری شده مربوط به متغیرهای مورد بررسی، در دو بخش آمار توصیفی و استنباطی تجزیه و تحلیل شده‌اند. روش‌های آمار توصیفی شامل میانگین و انحراف معیار و روش‌های آمار استنباطی شامل آزمون  $t$  مستقل، آزمون لوین و تحلیل کوواریانس است. بررسی همگنی گروه‌ها از نظر هوش و نمره ریاضی ۱، توسط آزمون  $t$  مستقل انجام شد. به منظور بررسی همگنی واریانس نمرات در گروه‌ها از آزمون لوین و برای آزمون فرضیه‌ها از آزمون تحلیل کوواریانس استفاده شد.

## نتایج پژوهش

جدول ۱: مقایسه میانگین نمره ریاضی سال اول در دو گروه آزمایش و کنترل رشته ریاضی و تجربی

رشته	گروه	آزمون لوین همگنی واریانس‌ها		آزمون t مستقل		
		میانگین	انحراف معیار	F	P	P
رشته ریاضی	کنترل	۱۸/۲۱	۱/۸۷	۲/۲۸۸	۰/۱۳۷	۰/۲۰۳
	آزمایش	۱۸/۸۳	۱/۲۹			
رشته تجربی	کنترل	۱۵/۵۹	۲/۸۲	۰/۲۶۱	۰/۶۱۲	۰/۶۱۶
	آزمایش	۱۶/۰۴	۳/۲۷			

بر اساس یافته‌های جدول، t مشاهده شده در سطح  $P \leq 0/05$  معنادار نیست. بنابراین، دو گروه آزمایش و کنترل رشته ریاضی، تجربی از نظر نمره ریاضی سال اول دبیرستان، همگن هستند.

جدول ۲: مقایسه میانگین نمره هوش در دو گروه آزمایش و کنترل رشته ریاضی و تجربی

رشته	گروه	آزمون لوین همگنی واریانس‌ها		آزمون t مستقل		
		میانگین	انحراف معیار	F	P	P
رشته ریاضی	کنترل	۴۹/۵۱	۴/۰۵	۰/۹۷۵	۰/۳۲۹	۰/۵۹۶
	آزمایش	۵۰/۲۸	۵/۹۰			
رشته تجربی	کنترل	۵۰/۸۷	۵/۳۰	۰/۷۰۵	۰/۴۰۵	۰/۹۱۹
	آزمایش	۵۰/۷۳	۳/۶۰			

بر اساس یافته‌های جدول، t مشاهده شده در سطح  $P \leq 0/05$  معنادار نیست. بنابراین، دو گروه آزمایش و کنترل رشته ریاضی و تجربی از نظر نمره هوش، همگن هستند.

## فرضیه پژوهش

میزان پیشرفت تحصیلی در درس هندسه دانش‌آموزان سال دوم ریاضی و تجربی، آموزش دیده بر مبنای نظریه فن‌هیلی، متفاوت است. برای آزمون این فرضیه از سه پس‌آزمون استفاده شد که، سوالات پس‌آزمون اول و دوم، از قضیه‌ها و مسائل خارج از کتاب بود تا میزان فهم

دانش‌آموزان در این درس مشخص شود، سؤالات پس‌آزمون سوم که همان امتحان خرداد ماه دانش‌آموزان بود، تلفیقی از قضیه‌ها، سؤالات داخل و خارج کتاب بود. در جداول ۳ الی ۱۱ نتایج مربوط به سه پس‌آزمون به عمل آمده درباره فرضیه ارائه شده است.

پس‌آزمون اول (مبحث مساحت و فیثاغورث)

جدول ۳: مقایسه میانگین نمره پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان سال دوم ریاضی و تجربی در درس هندسه

انحراف معیار	میانگین	گروه	رشته
۳/۴	۵/۳۸	کنترل	رشته ریاضی
۲/۹۹	۱۳/۶۱	آزمایش	
۴/۱۸	۵/۳۲	کنترل	رشته تجربی
۴/۴۸	۱۲/۸۵	آزمایش	

جدول ۴: آزمون لوین همگنی واریانس‌های نمره پیشرفت درس هندسه دانش‌آموزان سال دوم ریاضی و تجربی دو گروه

F	df <sub>۱</sub>	df <sub>۲</sub>	P	رشته‌ها
۰/۸۰۴	۱	۴۴	۰/۳۷۵	رشته ریاضی
۰/۰۲۲	۱	۴۱	۰/۸۸۳	رشته تجربی

بر اساس یافته‌های جدول، F مشاهده شده در سطح  $P \leq 0/05$  معنادار نیست. بنابراین، واریانس‌های نمرات پیشرفت تحصیلی در دو گروه آزمایش و کنترل رشته ریاضی و تجربی همگن هستند.

جدول ۵: آزمون تحلیل کوواریانس نمره درس هندسه دانش‌آموزان سال دوم ریاضی و تجربی

Power	Eta	P	F	
۱	۰/۶۱۱	۰/۰۰۱	۶۷/۴۲	پیشرفت تحصیلی
۱	۰/۴۷۴	۰/۰۰۰۱	۳۶/۰۶	

بر اساس یافته‌های جدول، F مشاهده شده در سطح  $P < 0/01$  معنادار است. بنابراین،

فرضیه صفر رد و فرضیه پژوهش پذیرفته می‌شود؛ مبنی بر اینکه پیشرفت تحصیلی در درس هندسه دانش‌آموزان سال دوم ریاضی و تجربی که بر مبنای نظریه فن‌هیلی آموزش دیده‌اند، با دانش‌آموزان آموزش دیده به صورت سنتی متفاوت است. بر اساس ضریب اتا، ۶۱٪ درصد تفاوت واریانس در نمرات رشته ریاضی و ۴۷٪ درصد تفاوت واریانس در نمرات رشته تجربی ناشی از آموزش بوده است.

پس‌آزمون دوم (مبحث تالس و تشابه)

جدول ۶: مقایسه میانگین نمره پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان سال دوم ریاضی و تجربی در درس

هندسه			
رشته‌ها	گروه	میانگین	انحراف معیار
رشته ریاضی	کنترل	۷/۶۳	۳/۷۲
	آزمایش	۱۵/۹۵	۲/۲۳
رشته تجربی	کنترل	۶/۱۲	۳/۵۷
	آزمایش	۱۲/۴۰	۴/۰۶

جدول ۷: آزمون لوین همگنی واریانس‌های نمره پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان سال دوم ریاضی و تجربی

F	df <sub>۱</sub>	df <sub>۲</sub>	P
۳/۱۹۴	۱	۴۰	۰/۰۸۱
۰/۰۰۲	۱	۴۱	۰/۹۶۴

بر اساس یافته‌های جدول، F مشاهده شده در سطح  $P \leq 0.05$  معنادار نیست. بنابراین، واریانس نمرات پیشرفت تحصیلی پس‌آزمون دوم، در دو گروه آزمایش و کنترل رشته ریاضی و رشته تجربی همگن هستند.

جدول ۸: آزمون تحلیل کوواریانس نمره پیشرفت تحصیلی درس هندسه

Power	Eta	P	F		
۱	۰/۷۰۳	۰/۰۰۱	۹۲/۳۹	رشته ریاضی	پیشرفت تحصیلی
۱	۰/۴۷۴	۰/۰۰۰۱	۳۶/۰۶	رشته تجربی	

بر اساس یافته‌های جدول، F مشاهده شده در سطح  $P < 0/01$  معنادار است. بنابراین، فرضیه صفر رد و فرضیه محقق مبنی بر تفاوت معنادار بین میانگین نمرات هندسه گروه آزمایش و کنترل رشته ریاضی پذیرفته می‌شود. بر اساس ضریب اتا،  $70/3$  درصد از تفاوت واریانس در نمرات دو گروه، ناشی از آموزش بوده است.  
پس‌آزمون سوم (امتحان خرداد ماه)

جدول ۹: مقایسه میانگین نمره پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان سال دوم ریاضی در درس هندسه

رشته	گروه	میانگین	انحراف معیار
رشته	کنترل	۱۱/۸۷	۲/۶۱۰
ریاضی	آزمایش	۱۷/۵۵	۲/۰۱۵
رشته	کنترل	۱۲/۸۹	۴/۹۱
تجربی	آزمایش	۱۵/۶۷	۳/۵۴

جدول ۱۰: آزمون لوین همگنی واریانس‌های نمره پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان دوم ریاضی و

تجربی دو گروه در درس هندسه				
رشته	P	df <sub>۲</sub>	df <sub>۱</sub>	F
رشته ریاضی	۰/۰۷۱	۴۶	۱	۳/۴۲
رشته تجربی	۰/۱۲۰	۴۵	۱	۲/۵۱۸

بر اساس یافته‌های جدول، F مشاهده شده در سطح  $P \leq 0/05$  معنادار نیست. بنابراین، واریانس نمرات پیشرفت تحصیلی پس‌آزمون سوم، در دو گروه آزمایش و کنترل رشته ریاضی و تجربی همگن هستند.

جدول ۱۱: آزمون تحلیل کوواریانس نمره پیشرفت تحصیلی درس هندسه دانش‌آموزان دوم ریاضی و

تجربی				
	Power	Eta	P	F
پیشرفت	۱	۰/۵۸۳	۰/۰۰۰۱	۶۲/۹۹
تحصیلی	۰/۵۶۵	۰/۰۹۷	۰/۰۳۵	۴/۷۱

بر اساس یافته‌های جدول، F مشاهده شده در سطح  $P < 0/01$  معنادار است. بنابراین،

فرضیه صفر رد و فرضیه محقق مبنی بر تفاوت معنادار بین میانگین نمرات هندسه گروه آزمایش و کنترل رشته ریاضی پذیرفته می‌شود. بر اساس ضریب اتا، ۵۸/۳ درصد از تفاوت‌های واریانس در نمرات دو گروه، ناشی از آموزش بوده است.

### بحث و نتیجه‌گیری

از دوران گذشته تاکنون، هندسه همواره مورد توجه بوده و فلاسفه به ارزش دانستن آن اعتقاد داشتند. اما از همان زمان تاکنون به یادگیری هندسه به عنوان سخت‌ترین قسمت ریاضی نگریسته شده است؛ مسائل هندسی باز پاسخ بوده و معمولاً الگوریتم‌پذیر نیستند و بیشتر از مباحث دیگر ریاضی دارای راه حل‌های متفاوت و بدیع هستند. به همین دلیل دانش‌آموزان در مقاطع راهنمایی و دبیرستان در مواجهه با این شاخه از ریاضی بسیار ضعیف‌تر عمل می‌کنند. معلمان نیز با مشکلات فراوانی در رابطه با تدریس مفاهیم هندسی و درک آن‌ها توسط دانش‌آموزان مواجه هستند. این موضوع همواره ذهن آموزشگران و محققان آموزش ریاضی را به خود جلب کرده و همین باعث خلق تئوری‌های متفاوتی در زمینه یادگیری هندسه شده است، که از آن جمله تئوری سطوح تفکر فن هیلی است. این پژوهش درصدد بررسی تأثیر این رویکرد جدید بر میزان پیشرفت تحصیلی بود. بر این اساس یافته‌های پژوهش نشان داد که بین میزان پیشرفت تحصیلی در درس هندسه دانش‌آموزان سال دوم ریاضی و تجربی که بر مبنای نظریه فن هیلی آموزش دیده‌اند با دانش‌آموزان دوم ریاضی و تجربی که به صورت سنتی آموزش دیده‌اند، در سطح  $P < 0/01$  تفاوت معنادار وجود دارد. بدین معنی که گروه آزمایش پیشرفت تحصیلی بهتری نسبت به گروه کنترل داشته‌اند. نظر به اینکه گروه‌ها از نظر هوش و دانش ریاضی همگن بودند، تفاوت مشاهده شده چشمگیر بوده است. این یافته با نظریات کلمنتس و باتیستا (۱۹۹۲)؛ سیلور بگ (۱۹۹۹)؛ کوح (۱۹۹۹)؛ لانی (۲۰۰۲)؛ میستر تا (۲۰۰۰)؛ سعدز و دیویز (۱۹۹۷)؛ سیلور بگ هری (۱۹۹۹) همخوانی دارد مبنی بر اینکه روش فن هیلی باعث تغییر بنیادی در تفکر هندسی دانش‌آموزان می‌شود.

از مهم‌ترین ویژگی‌های مدل فن هیلی: ماهیت دنباله‌ای بودن سطوح است. مطابق دیدگاه



فن هیلی مدل دنباله‌ای است. به این معنی که یادگیرنده‌ای نمی‌تواند در یکی از سطوح تفکر باشد بدون این که تمام سطوح قبل از آن را طی کرده باشد. این ادعا را پژوهشگرانی چون بورگر و شانسی، فویس و همکارانش تأیید کرده‌اند. اگر یک معلم تلاش کند تا در سطح فکری که از سطح دانش‌آموز بالاتر است مطلبی را آموزش دهد، به‌طور کلی، دانش‌آموز مطالب آموزش داده شده را نمی‌فهمد. به‌ویژه اگر مطالب آموزش شامل محتوی، واژگان و نظایر آن، در سطح بالاتری از سطح یادگیرنده باشند، آنگاه ممکن است دانش‌آموزان قادر نباشند که فرآیند تفکر به‌کار برده شده را پیگیری کنند (ریحانی، ۱۳۸۴). معمولاً، دانش‌آموزان سعی خواهند کرد که مواد را حفظ کرده و ممکن است به نظر برسد بر آن تسلط دارند، اما دانش‌آموزان در واقع نمی‌دانند که آن مواد چه مفهومی دارند. دانش‌آموزان به راحتی ممکن است ماده حفظ شده را فراموش کنند یا قادر به اعمال آن نباشند، به خصوص در وضعیت‌های ناآشنا.

اکثر معلمان هندسه دبیرستان در سطح چهارم یا پنجم سطوح فن هیلی فکر می‌کنند و این در حالی است که اکثر دانش‌آموزان با شروع درس هندسه دبیرستان در سطح اول یا دوم فکر می‌کنند. معلم باید به یاد داشته باشد که هر چند معلم و دانش‌آموز ممکن است هر دو از کلمه‌ای مشابه استفاده کنند، اما آن‌ها ممکن است آن را کاملاً متفاوت تفسیر کنند (میسون، ۲۰۰۹). لیزا در تدریس هندسه بهتر است آموزش هندسه در دبیرستان را با انجام دادن فعالیت‌های غیررسمی با مفاهیم هندسی شروع کنیم بدون آنکه تأکیدی بر اثبات وجود داشته باشد. در این مرحله غیررسمی به دانش‌آموزان فرصت دهیم تا تلاش لازم برای توضیح درستی ادعاهای خود داشته باشند (غلام آزاد، ۱۳۷۸).

دومین ویژگی این مدل زبان شناختی بودن آن است: هر یادگیرنده دارای سطح و نمادهای زبانی خاصی است و افرادی که در سطوح مختلف هستند نمی‌توانند همدیگر را درک کنند. برای مثال یک مستطیل در سطوح مختلف فن هیلی ممکن است معانی متفاوتی داشته باشد. یادگیرنده در سطح سوم مستطیل را به عنوان نوع خاصی از متوازی‌الاضلاع می‌گیرد، در حالی که این درک برای یادگیرنده‌ای در سطح پائین‌تر فن هیلی نیست و مشکل زمانی حادث می‌شود که معلم از زبانی بالاتر از سطح یادگیرندگان استفاده کند.

فقدان وابستگی به سن: سطوح تفکر هندسی فن هیلی، وابسته به سن نیستند و در عوض،

به تجربیاتی بستگی دارند که دانش‌آموزان در کلاس کسب کرده‌اند.

ماهیت درونی ذاتی و بیرونی تغییر: فن‌هیلی‌ها تأکید می‌کنند که این سطوح، به وسیله تفاوت در موضوع تفکر، از یکدیگر تمیز داده می‌شوند. برای مثال، در سطح ۱، فقط شکل ظاهری درک می‌شود. در حالی که یک شکل، به وسیله خواص خود تعیین می‌شود که این مطلب، تا سطح ۲ به دست نمی‌آید که یک شکل به وسیله اجزاء و مؤلفه‌هایش تجزیه و تحلیل می‌شود و خواص آن کشف می‌شود.

عدم مطابقت: اگر دانش‌آموز در یک سطح و آموزش در سطح دیگری باشد، احتمال دارد که یادگیری و پیشرفت مورد نظر حاصل نشود. به‌ویژه، اگر مطالب آموزش شامل محتوا، واژگان و نظایر آن، در سطح بالاتری از سطح یادگیرنده باشند، آن‌گاه ممکن است دانش‌آموزان قادر نباشند که فرآیند تفکر به کار برده شده را پیگیری کنند. نقش معلم: فن‌هیلی‌ها، بر نقش آموزش و اهمیت کسب تجربه توسط یادگیرنده، برای سهولت عبور از یک سطح به سطح دیگر تأکید زیادی دارند. این امر، با نقش آفرینی معلم و از طریق طراحی فعالیت‌های مناسب برای یادگیرنده‌های سطوح مختلف، امکان‌پذیر است.

تعدادی از محققان یک سری فعالیت‌های مناسب را برای عبور از یک سطح به سطح بعدی طراحی کرده‌اند. برای مثال هولمس پیشنهاد کرد، فعالیت‌های مورد نیاز یادگیرندگان برای عبور از سطح اول عبارت هستند از: ۱. دست‌ورزی با شکل‌های هندسی و شناسایی کردن آن‌ها؛ ۲. دسته‌بندی و مرتب‌کردن شکل‌ها؛ ۳. طراحی و ساختن شکل‌ها؛ ۴. توصیف شکل‌های هندسی با زبان خودشان. حل مسأله‌هایی که شامل شکل هستند.

این امر با نقش آفرینی معلم و از طریق طراحی فعالیت‌های مناسب برای یادگیرنده‌های سطوح مختلف امکان‌پذیر است (ریحانی، ۱۳۸۴). همزمان با فعالیت دانش‌آموزان در مدارس در درس هندسه، آن‌ها از اشکال هندسی تصاویری ذهنی را به‌عنوان مدل پایه تجسم می‌کنند. این تصاویر اغلب قاطع نیستند. به عنوان مثال ممکن است تصویری تک از مثلث متساوی‌الساقین در یک کتاب درسی موجب شود دانش‌آموزان یک قانون کلی ترتیب دهند و تنها مثلثی را متساوی‌الساقین بدانند که قاعده‌اش افقی قرار گیرد. یا به‌عنوان مثالی دیگر اگر تعدادی مثلث بر روی صفحه کاغذ به دانش‌آموزان نشان داده شوند، این احتمال وجود دارد که آن‌ها مثلث متساوی‌الساقین را هنگامی که قاعده‌اش افقی قرار گیرد، بهتر تشخیص دهند همچنین تشخیص



مثلاً قائم الزاویه هنگامی که رأس قائمه آن موازی با لبه کاغذ قرار گیرد برای آن‌ها آسانتر خواهد بود (کلمنتس و بانیستا، ۱۹۹۲). اسپر (۲۰۰۲) به نقل از هاسواگا، این یافته‌ها را تحت عنوان «پدیده‌ی نحوه قرار گیری» بیان کرده است. در اینجا نیز معلم برای جلوگیری از درونی شدن این بدفهمی‌ها در دانش‌آموزان باید تلاش کند و فعالیت‌های مناسبی چون دست‌ورزی با شکل‌های هندسی را در این زمینه نیز طراحی کند. مثلاً با طراحی و برش یک مثلث متساوی الساقین یا قائم الزاویه مقوایی و نمایش آن با دوران‌های مختلف، توسط خود بچه‌ها، شاید شمر ثمر باشد.

با توجه به یافته‌های پژوهش پیشنهادات زیر ارائه می‌شود:

- تشکیل کارگاه‌های آموزشی و ارائه یافته‌های پژوهشی در زمینه رویکردهای نوین آموزش هندسه به‌ویژه مدل فن هیلی و آموزش آن به دبیران هندسه.

- از آن جایی که علم هندسه پایه و اساس درک دروس ریاضی و حتی غیر ریاضی است و ارتباط مستقیم با شهود و مسائل روزمره زندگی دارد و با عنایت به اینکه دانش‌آموزان در یادگیری هندسه به‌طور عام و در نوشتن اثبات به‌طور خاص با مشکل مواجه می‌شوند، لذا آموزش آن بسیار مهم است. از این رو روش تدریس مبتنی بر مدل فن هیلی به عنوان یکی از راههای حل این مشکل آموزشی پیشنهاد می‌شود.

- با توجه به اختصاص دو ساعت در هفته برای تدریس هندسه و اینکه، تدریس بر مبنای مدل فن هیلی، وقت گیر است و نیاز به زمان بیشتری دارد، توصیه می‌شود زمان اختصاص داده شده به این درس در طی هفته حداقل ۳ ساعت در قالب برنامه‌های تقویتی به فوق برنامه افزایش یابد. این توصیه بدین معناست که حداقل ۵۰ درصد ساعت‌های تدریس فعلی هندسه افزایش یافته و ضمناً آسیبی به برنامه درسی اصلی دبیرستان نمی‌زند. چراکه میزان افزایش به صورت یک هفته درمیان (دو ساعت) و در قالب برنامه‌های تقویتی عرضه می‌شود.

- ارزشیابی از شیوه‌های تدریس دبیران و تشویق آنها جهت کاربرد راهبردهای نوین تدریس، توصیه می‌شود.

## منابع

- آناستازی، آ. (۱۳۷۴) *روان آزمایی*، ترجمه محمد نقی براهنی، تهران: دانشگاه تهران.
- دفتر مشاوره و تحقیق وزارت آموزش و پرورش. (۱۳۷۳) *هنجاریابی آزمون هوشی مدرج ریون فرم ۲*. تهران: وزارت آموزش و پرورش.
- ریحانی، ا. (۱۳۸۴). معرفی نظریه پیازه و نظریه فن هیلی در مورد یادگیری هندسه. رشد آموزش ریاضی، ۲۲(۸۰)، (۱۲-۲۲).
- عابدی، م. امید، ع. رضایت. (۱۳۷۴) *هنجاریابی مقدماتی و بررسی اعتبار و پایایی آزمون هوش وکسلر بزرگسالان در ایران*. پایان نامه کارشناسی ارشد روانشناسی، تهران: دانشگاه علوم پزشکی ایران.
- گال، م. بوری، و. گال، ج. (۱۳۸۳) *روش‌های تحقیق کمی و کیفی در علوم تربیتی و روان شناسی* (جلد اول)، ترجمه احمد رضا نصر و همکاران، تهران: سمت؛ دانشگاه شهید بهشتی.
- Asuman, D.P., Behiye, U. (2009). Effects of drama-based geometry instruction on student achievement, attitudes, and thinking levels. *Journal of Educational Research*, (1): 4-16.
- Ball, D.L. (1990). *Teaching mathematics for understanding: What do teachers need to know about subject matter knowledge*. In M. M. Kennedy (Ed.), *Teaching Academic Subjects to Diverse Learners*, New York, Teachers College Press, 63-83.
- Bennie, K. (1998). An analysis of the geometric understanding of Grade 9 pupils using Fuys et al's interpretation of the Van Hiele theory. In N.A. Ogude & C. Bohlmann (Eds.), *Proceedings of the Sixth Annual Meeting of the Southern African Association for Research in Mathematics Education* (pp. 64-69). Pretoria: University of South Africa.
- Burger, W.F. & Shaughnessy, J.M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, (17): 31-48.
- Carter, H. (2009). African Americans: Education and Visions. Retrieved 13 August 2009, from <http://www.lasentinel.net>.
- Choi-Koh, S.S. (1999). A student's learning of geometry using computer. *Journal of Educational Research*, 92 (5): 301-311.
- Clements, D., & M. Battista. (1992). *Geometry and Spatial Reasoning*. In D. Grouws, ed. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York: Macmillan Publishing Co.
- Crowley, M.L. (1987). The Van Hiele model of the development of geometric thought. *Learning and teaching geometry*, (12): 1-16.

- Evan, R., & Tirosh, D. (2003). Teacher Knowledge and Understanding of students' Mathematical Learning. Hand Book of International Research in Mathematics Education. Lawrence Erlbaum Association 2002.
- Fennema, E., & Franke, M.L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In Douglas A. Grouws (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, New York, Macmillan, 147-164.
- Fuys, D., Geddes, D., Tischler, R. (1988). The Van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. VA: National council of teachers of Mathematics.
- Fujita, T., Jones, K., Yamamoto, S. (2004). Geometrical intuition and the learning and teaching of geometry. Topic Study Group on the teaching of geometry at the 10th International Congress on Mathematical Education, 4-11, July.
- Gutierrez, A., Jaime, A., Fortuny, J. (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the Van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education*, (22): 237-251.
- Hoffer, A. (1983). Van Hiele based research. In R. Lesh, & M. Landau (Eds.), Acquisition of mathematics concepts and process (pp. 205-227). Orlando, FL: Academic Press.
- Halat, E. (2007). "Reform-based curriculum & acquisition of the levels". *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 3(1): 41-49.
- Halat, E. (2008). "In-Service Middle and High School Mathematics Teachers: Geometric Reasoning Stages and Gender." *The Mathematics Educator*, 18 (1): 8-4.
- Lonnie, C. C. K. (2002). Assessing the effect of an instructional intervention on the geometric understanding of learners in a South African primary school, from <http://www.aare.edu.au/01pap/kin01220.htm>. Retrieved October 15, 2007.
- Mason, M. M., Schell, V. (2001). Geometric understanding and misconceptions among preservice and inservice mathematics teachers. Paper Presented at the International Group for the Psychology of Mathematics Education, North American Chapter.
- Mason, M.M. (2009). The Van Hiele model of geometric understanding and mathematically talented students. *Journal for the Education of the Gifted*, 21(1): 39-53.
- Mistretta, R.M. (2000). Enhancing geometric reasoning. *Adolescence*, 35 (138): 365-379.
- NCTM (2000). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Retrieved July 16, 2007, from <http://www.nctm.org/>.
- Neal, M. (2009). Gathering celebrates narrowing of educational achievement gap. Retrieved April 13, 2009, from [http://www.fredericknewspost.com/sections/news/display.htm?storyID=98102#.UN\\_DnB2-e-Hg](http://www.fredericknewspost.com/sections/news/display.htm?storyID=98102#.UN_DnB2-e-Hg).
- Saads, S., Davis, G. (1997). Spatial Abilities, van Hiele levels & language use in Three Dimensional Geometry. In Pekhonen, E. (Ed). Proceedings of the 21 conference of the International Group for the psychology of Mathematics Education. 4, 104 - 111.

- Scher, D. (2002) Students' Conceptions of Geometry in a Dynamic Geometry Software Environment. Dissertation, Ph.D. in Mathematics Education, New York: New York University.
- Walle, J.A. (2004). *Elementary and middle school mathematics*. Fifth Edition, Virginia Commonwealth University.
- Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Orlando, Florida: Academic Press.